**অবস্থান মানচিত্রে স্থানাঙ্ক জ্যামিতি**

**১. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো যার ঢাল -2 এবং রেখাটি (4, -5) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।**

**সমাধানঃ** আমরা জানি,

m ঢালবিশিষ্ট (x1 , y1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ y - y1 = m(x - x1)

প্রদত্ত প্রশ্নে দেওয়া আছে, m = - 2 ও (x1,y1) = (4,-5)

∵ y – (-5) = -2(x - 4) [মান বসিয়ে]

বা, y + 5 = -2x + 8

বা, y = -2x + 8 – 3

বা, y = -2x + 3 [ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ]

**২. A(3, -3) ও B(4, -2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করো। সরলরেখাটির ঢাল কত?**

**সমাধানঃ** আমরা জানি, সরলরেখার ঢাল, m

= [এখানে, (x1,y1)=(3,-3); (x2,y2)=(4,-2)]

=

= -1/-1

= 1

আবার, m ঢালবিশিষ্ট (x1 , y1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ y - y1 = m(x - x1)

অর্থাৎ, y – (-3) = 1(x - 3)  [A(3, -3 বিন্দুর প্রেক্ষিতে]

বা, y + 3 = x – 3

বা, y = x – 3 – 3

বা, y = x – 6

∵ A(3, -3) ও B(4, -2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ: y = x – 6 এবং ঢাল m = 1.

**৩. দেখাও যে, A(0, -3), B(4, -2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ।**[এটা হলো অবস্থান মানচিত্রে স্থানাঙ্ক জ্যামিতি এর ৩ নং প্রশ্ন, নিচে বিস্তারিত দেয়া আছে।]

**সমাধানঃ** আমরা জানি, m ঢালবিশিষ্ট (x1,y1) ও (x2,y2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ

y1-y2=m(x1-x2).

∵ m ঢালবিশিষ্ট A(0, -3) ও B(4, -2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ -3-(-2)=m(0-4)

বা, -3+2 = -4m বা, -1 = -4m বা, m = ¼

আবার,

m ঢালবিশিষ্ট B(4, -2) এবং C(16, 1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ

-2-1=m(4-16)

বা, -3 = m(-12)

বা, m = -3/-12

বা, m = ¼

অর্থাৎ, A(0, -3) ও B(4, -2) বিন্দুগামী সলরেখার ঢাল এবং B(4, -2) ও C(16, 1) বিন্দুগামী সলরেখার ঢাল একই।

∵ A(0, -3), B(4, -2) এবং C(16, 1) বিন্দু তিনটি সমরেখ [দেখানো হলো]।

**৪. A(1, -1), B(t, 2) এবং C(t2 , t + 3) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** m ঢালবিশিষ্ট (x1,y1) ও (x2,y2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ

y1-y2=m(x1-x2)

∵ m ঢালবিশিষ্ট A(1, -1) ও B(t, 2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ

-1-2=m(1-t)

বা, -3 = m(1-t)

বা, m = -3/(1-t)……….(i)

আবার,

m ঢালবিশিষ্ট B(t, 2) এবং C(t2, t+3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণঃ

2-(t+3) = m(t-t2)

বা, 2-t-3 = m(t-t2)

বা, -t-1 = m(t-t2)

বা, m = (-t-1)/(t-t2) ……….(ii)

এখন, প্রদত্ত বিন্দু তিনটি সমরেখ; অতএব প্রত্যেক জোড় বিন্দুর সরলরেখার ঢাল এর মান সমান হবে।

∵ (i) ও (ii) হতে পাই,

-3/(1-t) = (-t-1)/(t-t2)

বা, -3(t-t2) = (1-t)(-t-1)

বা, -3t+3t2 = -(1-t)(1+t)

বা, -3t+3t2 = -(1-t2)

বা, -3t+3t2 = -1+t2

বা, -3t+3t2 +1-t2 = 0

বা, 2t2-3t+1 = 0

বা, 2t2-2t-t+1 = 0

বা, 2t(t-1)-1(t-1) = 0

বা, (2t-1)(t-1) = 0

বা, 2t-1 = 0 অথবা, t-1 = 0

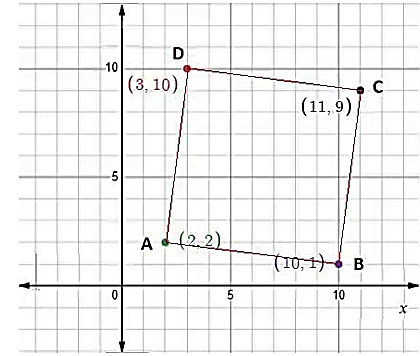
বা, 2t = 1   বা, t = 1

বা, t = ½

∵ t = (1, ½)

**৫. A(2, 2), B(10, 1), C(11, 9) এবং D(3, 10) এই বিন্দুগুলো লেখচিত্রে বসাও এবং AB, BC, CD, AD রেখাংশ আঁকো। এই রেখাগুলো দ্বারা কী ধরনের ক্ষেত্র তৈরি হয়েছে? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।**

**সমাধানঃ** লেখচিত্রে x ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে A(2, 2), B(10, 1), C(11, 9) এবং D(3, 10) বিন্দুগুলো স্থাপন করি।  এবং AB, BC, CD, AD রেখাংশ আঁকি।



এই রেখাগুলো দ্বারা একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি হয়েছে।

**যুক্তিঃ**

দুইটি বিন্দুর স্থানাংকের ভিত্তিতে,

AB = √{(10-2)2+(1-2)2}

= √{(8)2+(-1)2}

= √(64+1)

= √65

BC = √{(11-10)2+(9-1)2}

= √{(1)2+(8)2}

= √(1+64)

= √65

CD = √{(3-11)2+(10-9)2}

= √{(-8)2+(1)2}

= √(64+1) = √65

AD = √{(2-3)2+(2-10)2}

= √{(-1)2+(-8)2}

= √(1+64)

= √65

অর্থাৎ, AB = BC = CD = AD

একইভাবে,

AC = √{(11-2)2+(9-2)2}

= √{(9)2+(7)2}

= √(81+49)

= √130

BD = √{(3-10)2+(10-1)2}

= √{(-7)2+(9)2}

= √(49+81)

= √130

অর্থাৎ, ABCD এর কর্ণদ্বয় (AC ও BD) পরস্পর সমান।

∵ AB, BC, CD, AD রেখাগুলো দ্বারা একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি হয়েছে।

**৬. তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(a, -6). যদি AB = BC হয়, তবে a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় করো। a এর প্রতিটি মানের জন্য গঠিত ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** দেওয়া আছে,

তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(a, -6).

দুইটি বিন্দুর স্থানাংকের ভিত্তিতে পাই,

AB = √{(10+2)2+(6-1)2}

= √{(12)2+(5)2}

= √(144+25)

= √169

= 13

এবং, BC = √{(a-10)2+(-6-6)2}

= √{(a-10)2+(-12)2}

= √{(a-10)2+144}

প্রশ্ন অনুসারে, AB = BC

বা, 13 = √{(a-10)2+144}

বা, 169 = (a-10)2+144 [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, (a-10)2 = 169-144

বা, (a-10)2 = 25

বা, a2-20a+102-25=0

বা, a2-20a+100-25=0

বা, a2-15a-5a+75=0

বা, a(a-15)-5(a-15)=0

বা, (a-5)(a-15)=0

বা, a-5 = 0  অথবা, a-15=0

বা, a=5         বা, a = 15

∵ a= (5,15)

এখন,

a=5 হলে, তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(5, -6);

∵ ΔABC এর ক্ষেত্রফল

= ½[x1(y2-y3)+x2(y3-y1)+x3(y1-y2)] [সূত্রানুসারে]

= ½[-2(6+6)+10(-6-1)+5(1-6)]

= ½[-2×12+10(-7)+5(-5)]

= ½[-24-70-25]

 = ½×(-119)

= -59.5

কিন্তু ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হয় না।

∵ a=5 হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল 59.5 বর্গ একক।

আবার,

a=15 হলে, তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-2, 1), B(10, 6) এবং C(15, -6);

∵ ΔABC এর ক্ষেত্রফল

= ½[x1(y2-y3)+x2(y3-y1)+x3(y1-y2)] [সূত্রানুসারে]

= ½[-2(6+6)+10(-6-1)+15(1-6)]

= ½[-2×12+10(-7)+15(-5)]

= ½[-24-70-75]

 = ½×(-169)

= -84.5

কিন্তু ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হয় না।

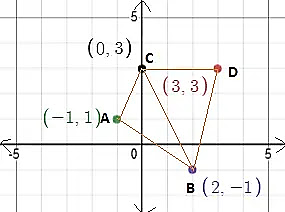
∵ a=15 হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল 84.5 বর্গ একক।

**৭. চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-1, 1), B(2, -1), C(0, 3) ও D(3, 3)। বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** দেওয়া আছে,

চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-1, 1), B(2, -1), C(0, 3) ও D(3, 3)।

বিন্দুগুলোকে গ্রাফ কাগজে বসালে নিন্মোক্ত চতুর্ভুজ ABDC পাই।



∵ ΔABC এর ক্ষেত্রফল

= ½[x1(y2-y3)+x2(y3-y1)+x3(y1-y2)] [সূত্রানুসারে]

= ½[-1(-1-3)+2(3-1)+0(1+1)]

= ½[-1×(-4)+2(2)+0(2)]

= ½[4+4+0]

 = ½×(8)

= 4 বর্গ একক।

 এবং,

ΔBDC এর ক্ষেত্রফল

= ½[x1(y2-y3)+x2(y3-y1)+x3(y1-y2)] [সূত্রানুসারে]

= ½[2(3-3)+3(3+1)+0(-1-3)]

= ½[2×0+3(4)+0(-4)]

= ½[0+12+0]

 = ½×(12)

= 6 বর্গ একক।

∵ বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

= ΔABC এর ক্ষেত্রফল + ΔBDC এর ক্ষেত্রফল

= (4+6) বর্গ একক

= 10 বর্গ একক।